Misura dell'Accelerazione di Gravità
Laboratorio I
A.A. 2020/2021

21 dicembre 2020

Eseguita il:	21 dicembre 2020
Gruppo X:	Steve Jordan
	John Mayer
	Pino Palladino
Istruttore:	Professor King

Indice

1 Obiettivo

Misurare l'accelerazione di gravità g:

a. Tramite la legge del moto.

b. Attraverso la legge di conservazione dell'energia.

E confrontarne i risulati con il valore atteso $g = 9.81\,\mathrm{m/s^2}$[1].

2 Misura e Risultati

Per eseguire la misura si è utilizzato un piano inclinato con angolazione variabile come mostrato in Figura 1. La misura si compie in due fasi che portano a due
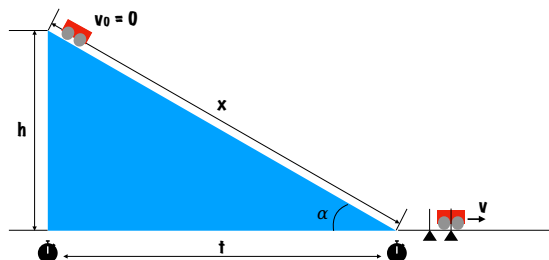
Figura 1: Schema del piano inclinato

misure indipendenti dell'accelerazione di gravità. Nella prima fase, si sfrutta l'equazione del moto

$$x = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}g\sin\alpha t^2 \Longrightarrow t^2 = \frac{2x}{g}\frac{1}{\sin\alpha} \quad (1)$$

Per cui, assumendo la distanza compiuta dal carrellino a scendere dal piano costante e pari a $x = (50.0 \pm 0.1)\,\mathrm{cm}$, l'angolo di inclinazione si può variare per misurare i vari tempi di discesa t attraverso un cronometro con precisione $\sigma_t = 0.1\,\mathrm{s}$. La costante di accelerazione gravitazionale g si può misurare a partire dal coefficiente angolare ottenuto dall'interpolazione con una retta passante per l'origine.

Nel secondo caso, si sfrutta la legge di conservazione dell'energia, secondo cui

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Longrightarrow v^2 = 2gx\sin\alpha \quad (2)$$

Per cui, misurando l'altezza $h = x\sin\alpha$ da cui scende il carrellino e la velocità v con cui giunge alla base del piano inclinato per mezzo di un sistema di fotocellule distanti $\Delta x = 1.0 \pm 0.1\,\mathrm{cm}$ tra loro che misurano intervalli di tempo Δt con precisione di $\sigma_{\Delta t} = 1\,\mathrm{ms}$.

I dati sono stati raccolti eseguendo 10 discese per angoli di inclinazione variati di 5° tra 5° e 30°. In ciascuna di queste prove sono stati misurati i tempi

di discesa t utilizzando il cronometro e gli intervalli di attraversamento delle fotocellule Δt tramite un sistema di acquisizione digitale. I risultati di queste misure sono mostrati in Tabella 1.

Tabella 1: Risultati delle misure di acquisizione dei tempi di discesa e degli intervalli di attraversamento delle fotocellule. In tabella sono riportati i valori medi delle misure raccolte.

$\alpha(°)$	$t(s)$	$\Delta t(\text{ms})$
5	1.06 ± 0.10	11.7 ± 1.0
10	0.81 ± 0.14	7.4 ± 1.3
15	0.66 ± 0.09	6.0 ± 1.0
20	0.60 ± 0.14	6.1 ± 1.4
25	0.47 ± 0.10	4.5 ± 1.3
30	0.42 ± 0.12	4.9 ± 1.1

2.1 Misura di g attraverso il tempo di discesa

Le misure del tempo di discesa al variare dell'inclinazione del piano sono state disegnate in un diagramma t^2 *vs.* $1/\sin\alpha$ come mostrato in Figura 2.
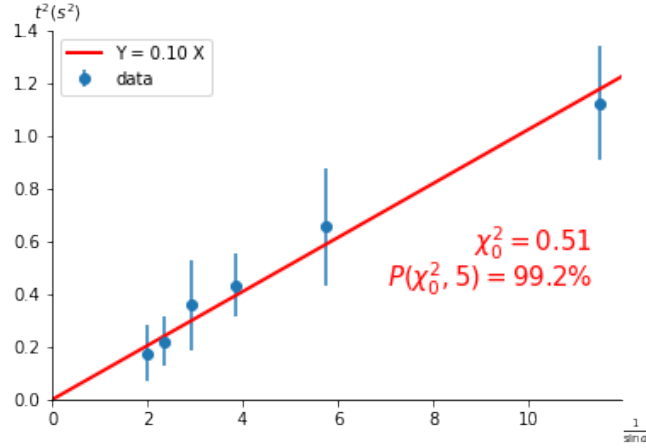
Figura 2: Misura di g tramite l'equazione del moto. In rosso è mostrata la retta passante per l'origine di interpolazione lineare che approssima al meglio i dati.

Sullo stesso grafico è disegnato il risultato dell'interpolazione lineare dei dati con una retta passante per l'origine. Il coefficiente angolare della retta è $k = 0.103 \pm 0.013\,\text{s}^2$, dal quale si estrapola $g = \frac{2x}{k} = 9.75 \pm 1.25\,\text{m}/\text{s}^2$. Il χ^2 della retta è $\chi^2_0 = 0.51$ che per 5 gradi di libertà fornisce una probabilità di accordo con i dati del 99.2%.

2.2 Misura di g attraverso la velocità finale

La velocità in fondo alla discesa è misurata a partire dall'intervallo di tempo che il carrellino impiega ad attraversare le fotocellule come $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$. Le misure della velocità al variare dell'inclinazione del piano sono state disegnate in un diagramma v^2 *vs.* h come mostrato in Figura 3.
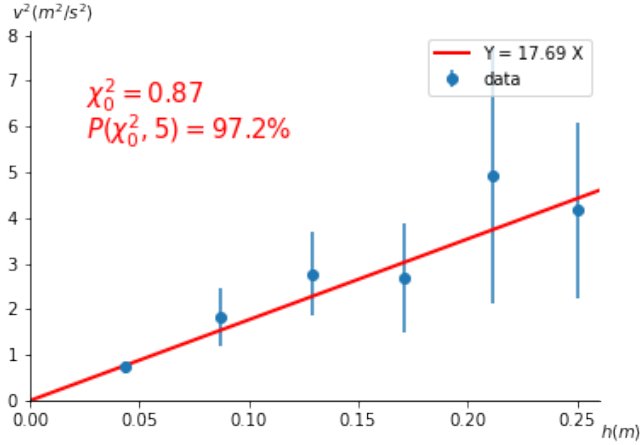
Figura 3: Misura di g tramite la conservazione dell'energia. In rosso è mostrata la retta passante per l'origine di interpolazione lineare che approssima al meglio i dati.

Sullo stesso grafico è disegnato il risultato dell'interpolazione lineare dei dati con una retta passante per l'origine. Il coefficiente angolare della retta è $k = 17.69 \pm 2.23\,\mathrm{m/s^2}$, dal quale si estrapola $g = \frac{k}{2} = 8.85 \pm 1.11\,\mathrm{m/s^2}$. Il χ^2 della retta è $\chi_0^2 = 0.87$ che per 5 gradi di libertà fornisce una probabilità di accordo con i dati del 97.2%.

3 Conclusioni

L'esperienza ha permesso di effettuare due misure indipendenti dell'accelerazione di gravità sfruttando rispettivamente la legge del moto e quella della conservazione dell'energia. Le misure risultano compatibili tra loro con una probabilità di 58.9% corrispondente al valore calcolato di

$$t_0 = \frac{|g_1 - g_2|}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}} = 0.54.$$

Ciascuna misura è compatibile con il valore noto di g. Infatti, si calcola

$$t_0^{(1)} = \frac{|g_1 - g_{\mathrm{true}}|}{\sigma_1} = 0.05 \qquad t_0^{(2)} = \frac{|g_2 - g_{\mathrm{true}}|}{\sigma_2} = 0.86.$$

Entrambi i valori hanno grado di compatibilità maggiore del 67%, in quanto il valore di g è entro 1σ da quello misurato.

Riferimenti bibliografici

[1] Jearl Walker David Halliday, Robert Resnick. *Fondamenti di Fisica.* Casa Editrice Ambrosiana, Milano, 2015.